

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי - פתרון תרגול 11

אי שוויונות מרקוב וצ'בישב ושאלת חזרה

יותם חרובי

סמסטר א' תשע"ח

1. ממבחן של ד"ר שלומי רובינשטיין, מרץ 2007
מבצעים סדרה של 9 הטלות בלתי תלויות של מטבע הוגן ומתעניינים ברצפים של שתי תוצאות "עץ". מצאו חסם על ההסתברות שמספר הרצפים לקבל לפחות ארבעה רצפים בסה"כ.

2. ממבחן של ד"ר שלומי רובינשטיין, ינואר 2016
מבצעים סדרה אינסופית של הטלות מטבע. על צד אחד של המטבע מופיע 0, ועל הצד השני מופיע 1. המטבע נופל על 0 בהסתברות $\frac{2}{3}$ ועל 1 בהסתברות $\frac{1}{3}$ באופן בלתי תלוי בהטלות האחרות.
עבור $1 \leq i \leq \infty$ יהי X_i אינדיקטור לקבלת התוצאה 1 בהטלה ה- i .
עבור $1 \leq i \leq \infty$ יהי Z_i אינדיקטור לקבלת תוצאות שונות זו מזו בהטלות ה- i וה- $i+1$.
עבור $1 \leq n \leq \infty$ יהי $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$
עבור $1 \leq n \leq \infty$ יהי $T_n = \sum_{i=1}^n Z_i$
סמנו את התשובה הנכונה.

(א) מאי שוויון צ'בישב ניתן להסיק ש $P(|S_{90} - 30| > 10) < 0.05$

(ב) מאי שוויון צ'בישב ניתן להסיק ש $P(|S_{90} - 30| < 10) < 0.5$

(ג) מאי שוויון צ'בישב ניתן להסיק ש $\lim_{n \rightarrow \infty} P(|S_n - \frac{n}{3}| < 10) = 1$

(ד) מאי שוויון מרקוב ניתן להסיק ש $P(T_{90} \geq 60) \leq \frac{2}{3}$

(ה) אף תשובה אינה נכונה.

3. שאלת חזרה בנושא התפלגות דו מימדית רציפה.

ממבחן של ד"ר אסף כהן, ינואר 2013

יהיו X ו Y מ"מ שצפיפותם המשותפת נתונה על ידי

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} (c+6)e^{-cx} & x > y > 0 \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

(א) חשבו את הפרמטר c

(ב) מצאו את התפלגות המ"מ $Y | X = x$

(ג) חשבו את $\mathbb{E}(\frac{Y}{X})$