

הסתברות וסטטיסטיקה / פתרון תרגיל 4

שלומי

שאלה 1

זה יתכן אם המשתנה X מתפלג אחיד. אם $X \sim U[a, b]$, אז $X + 3$ מתפלג $U[a + 3, b + 3]$ (כל אחד מהערכים האפשריים בתחום מתקבל בהסתברות שווה).

הערה

הזזה של משתנה מקרי גיאומטרי אינה נותנת משתנה מקרי גיאומטרי. משתנה גיאומטרי יכול לקבל כל ערך טבעי. הזזה שלו נותנת טווח ערכים אחר. אם למשל מוסיפים לו 3, אז הוא יכול לקבל רק ערכים גדולים או שווים ל 4. דברנו על תכונת חוסר הזכרון של התפלגות גיאומטרית. אבל, זו תכונה אחרת.

שאלה 2

ההתפלגות היא $Bin(99, 0.5)$.

כל אחת מההטלות החל מההטלה השנייה, היא שונה מקודמתה בסיכוי חצי. בהינתן כל ערך של קודמתה, יש סיכוי של חצי שהיא תהיה שונה מקודמתה. מכיון שהיא שונה בסיכוי חצי בהינתן כל ערך של האחרות, אז יש אי תלות, ולכן מדובר בסכום של 99 מאורעות ב"ת.

שאלה 3

א. $X \sim NB\left(2, \frac{1}{6}\right)$ (סופרים את מספר הנסיונות עד קבלת שתי הצלחות בסדרת נסיונות ב"ת שבכל אחד מהם יש אותו סיכוי להצלחה).

ב. לא.

כאן תחילה מצפים להצלחה ראשונה שהיא קבלת תוצאת 4 או תוצאת 5. זה קורה בכל הטלה בסיכוי $\frac{2}{6}$. אחרי שמקבלים הצלחה ראשונה, מצפים להצלחה שניה שהיא התוצאה מבין 4 או 5, שעדיין לא התקבלה. כעת הסיכוי להצלחה בכל ניסוי היא $\frac{1}{6}$. לכן אין כאן סכום של זמני צפיה למאורע בעל אותה הסתברות בניסוי.

ג. כן.

יש כאן שני פרקי צפיה למאורעות בעלי אותה הסתברות של $\frac{1}{6}$. לאחר קבלת תוצאת 4, מצפים ל 5 שגם

מתקבל בכל הטלה בסיכוי $\frac{1}{6}$.

שאלה 4

משתנה $G(0.5)$ מודד את מספר הנסיונות עד קבלת הצלחה בסדרת נסיונות ב"ת בעלי הסתברות 0.5 כל אחד.

את כל אחד מהנסיונות נייצר על-ידי סדרת הטלות ב"ת של המטבע.

כדי ליצר נסיון בודד, נבצע סדרה של זוגות של הטלות של המטבע עד שנקבל זוג שבו שתי התוצאות שונות. בזוג זה יש תוצאת "עץ" אחת ותוצאת "פלי" אחת. משיקולי סימטריה, ההסתברות שהראשונה בזוג היא של "עץ" היא חצי. הצלחה בניסוי תתקבל אם ורק אם התוצאה הראשונה בזוג זה היא של "עץ".

הערה שמתייחסת לפתרון לא נכון:

הסיכוי שהמהפך הראשון יהיה מ"עץ" ל"פלי" אינו שווה לחצי. בסיכוי $\frac{2}{3}$ בהטלה הראשונה מקבלים "פלי" ואז

המהפך הראשון מגיע כאשר מתקבל "עץ". לכן הסיכוי שהמהפך הראשון הוא מ"פלי" ל"עץ" הוא $\frac{2}{3}$ ולא חצי.

לכן אין להסתכל על המקומות שבהם התוצאה שונה מהקודמת. מה שעשינו בפתרון הוא דבר אחר: הגדרנו זוגות של מקומות והסתכלנו על הזוגות של מקומות שבהם התקבלו תוצאות שונות.

הערות נוספת

כאן יש ליצור סדרת אינדיקטורים ולא רק אינדיקטור אחד.

הסיכוי שבזוג מקומות נתון יהיו שתי תוצאות שונות הוא $\frac{4}{9} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3}$. לכן הוא אינו שווה לחצי.

שלומי