

הסתברות וסטטיסטיקה/ פתרון תרגיל 3

שלומי

שאלה 1

א. כדי שיהיו שני סיבובים, אסור לאורית לנצח בסיבוב הראשון. היא צריכה להגיע לאחר הסיבוב הראשון לסכום של 1 ואז להפסידו. הסיכוי לכך הוא $0.5 \cdot 0.5$.

ב. אם היו בדיוק שלושה הימורים, אז לאחר 2 סיבובים עדיין היה לה סכום של 1 או 2. מכיון שמסכום זוגי, בהכרח עוברים לסכום אי זוגי ומסכום אי זוגי בהכרח עוברים לסכום זוגי, אז לאחר שלב 2 (שלב זוגי) בהכרח היו לה 2 שקלים. לכן אם בשלב 3 נפלה ההכרעה, אז היא בהכרח הגיעה ל 3 שקלים. לכן ההסתברות המותנה היא 1.

ג. פתרון בדרך ראשונה

יהי a - הסיכוי שהיא תגיע אי פעם ל 3 כאשר יש לה 2 שקלים.

יהי b - הסיכוי שהיא תגיע אי פעם ל 3 כאשר יש לה שקל אחד.

מתקיים:

$$\begin{cases} a = 0.5 \cdot 1 + 0.5b \\ b = 0.5 \cdot 0 + 0.5a \end{cases}$$

מתקבל פתרון $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{1}{3}$. לכן, כאשר היא מתחילה עם 2 שקלים, אז סיכוייה להגיע אי פעם ל 3 שקלים הם

$$\frac{2}{3}$$

פתרון בדרך שנייה

צריך שהמשחק יסתיים בשלב אי זוגי. כדי לקבל הכרעה בשלב מסוים חייבים לקבל סדרה של תוצאות מסוימות עד אז. ההסתברות היא

$$\sum_{i=0}^{\infty} 0.5 \cdot 0.5^{2i} = 0.5 \sum_{i=0}^{\infty} 0.25^i = 0.5 \frac{1}{1-0.25} = \frac{2}{3}$$

שאלה 2

ההסתברות שכל התוצאות הן "פלי" היא $\left(\frac{1}{3}\right)^{100}$. ההסתברות שכל התוצאות הן "עץ" היא $\left(\frac{2}{3}\right)^{100}$.

בהינתן שכל התוצאות הן שוות, ההסתברות שכולם "פלי" היא $\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{100}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{100} + \left(\frac{2}{3}\right)^{100}}$. סיכוי זה קרוב מאוד לאפס.

הרבה פחות סביר שכולם "פלי" מאשר שכולם "עץ".

שאלה 3

לכל נקודה במרחב המדגם מיוחס בדיוק ערך מספרי אחד. כאן לכל נקודה צריך להתאים ערך של 7 או ערך של 8. סכום ההסתברויות של הנקודות המיוחסות לערך 7 צריך להיות 0.5. רק צרוף של נקודה בעלת הסתברות $\frac{1}{3}$ ושל

נקודה בעלת הסתברות $\frac{1}{6}$ יכול לתת הסתברות של חצי.

עבור הערך 7 צריך לבחור את אחת מהנקודות 1 או 2 ואת אחת מהנקודות 3 או 4. לכן יש $2 \cdot 2 = 4$ דרכים.

שאלה 4

נראה שהסיכוי הוא חצי.

אם הנוסע הראשון מתיישב במקום 1, אז כולם כולל הנוסע האחרון יתיישבו במקום שלהם. אם הוא מתיישב במקום 100 אז הנוסע ה 100 לא יתיישב במקומו. אם הוא יתיישב במקום אחר מ 1 ו 100 אז ההכרעה תידחה. בכל שלב עד השלב ה 100 שבו עדיין לא נפלה הכרעה, אם נוסע יתיישב במקום 1 אז הנוסע ה 100 יתיישב במקומו ואם הוא יתיישב במקום 100 אז הנוסע ה 100 לא יוכל לשבת במקומו. בסופו של דבר נופלת הכרעה. הנוסע שאצלו נופלת ההכרעה יושב בסיכויים שווים במקומות 1 או 100. אם משהו לפני הנוסע ה 100 התיישב במקום 1, אז היו החלפות בין הנוסעים שעלו עד כה. אבל כל המקומות של הנוסעים הבאים הם פנויים באותו שלב.
