

## הסתברות וסטטיסטיקה / תרגיל 9

שלומי

להגשה עד 03.01.17

### שאלה 1

יהי  $X \sim U(0, b)$  (אחיד רציף).

מצאו  $\lim_{n \rightarrow \infty} E(X^n)$  עבור על פרמטר אפשרי  $b > 0$ .

### שאלה 2

א. תנו דוגמה למשתנה מקרי  $X$  המקיים  $Var(X) = 0$ .

ב. האם קיים משתנה מקרי  $X$  שלגביו  $E(X) = 5$ ,  $Var(X) = 0$ ?

### שאלה 3

יהי  $X \sim P(\lambda)$ .

א. קראו את שתי הדרכים הבאות לחישוב  $E(X)$ .

#### דרך ראשונה

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=0}^{\infty} P(X=k)k = \sum_{k=1}^{\infty} P(X=k)k = \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} k = \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{(k-1)!} = \\ &= \lambda \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\lambda} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} = \lambda \sum_{m=0}^{\infty} e^{-\lambda} \frac{\lambda^m}{m!} = \lambda \end{aligned}$$

\* בתוך ה  $\sum$  יש סכום הסתברויות של משתנה  $P(\lambda)$  ולכן ה  $\sum$  מסתכמת ב 1.

#### דרך שנייה

$$\begin{aligned} E(X) &= \sum_{k=0}^{\infty} P(X=k)k = \sum_{k=1}^{\infty} P(X=k)k = \sum_{k=1}^{\infty} e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} k = e^{-\lambda} \lambda \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} = \\ &= e^{-\lambda} \lambda \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\lambda^m}{m!} = e^{-\lambda} \lambda e^{\lambda} = \lambda \end{aligned}$$

\* בתוך ה  $\sum$  יש פיתוח טיילור של  $e^{\lambda}$ .

ב. בהסתמך על דרך דומה לאחת הדרכים שבסעיף הקודם, מצאו  $E(X(X-1))$ .

ג. בהסתמך על שני הסעיפים הקודמים ובהסתמך על הנוסחה

$$Var(X) = E(X^2) - E^2(X)$$

מצאו את  $Var(X)$ .

ד. מצאו  $E(2^X)$ .

ה. מצאו  $Var(2^X)$ .