

הסתברות וסטטיסטיקה/ תרגיל 8

שלומי

להגשה עד 27.12.16

שאלה 1

שאלה זו עוסקת בהתפלגות פואסונית מפוצלת.

א. יהי $X \sim P(\lambda)$. יהי $(Z | X = x) \sim Bin(x, p)$. הוכיחו ש $Z \sim P(\lambda p)$.

רמזים:

אילו ערכים יכול לקבל X כדי שיתקבל $(Z = z)$?

השתמשו בהסתברות שלמה. רשמו טור.

השתמשו בפיתוח טיילור או לחילופין הסתמכו על זה שלאחר חלוקה והכפלה בגודל מסוים, הסכום בסיגמא שווה לסכום ההסתברויות של משתנה מסוים לקבל את כל ערכיו האפשריים.

ב. מספר הלקוחות המגיעים לבנק מתפלג $X \sim P(8)$. כל לקוח שמגיע לבנק פונה לכספר בסיכוי חצי וזאת באופן ב"ת בלקוחות אחרים.

מהי תוחלת מספר הפונים לכספר ?

נמקו את תשובתכם בשתי דרכים. הדרך הראשונה לפי חישוב תוחלת שלמה והדרך השנייה לפי זיהוי התפלגות מספר הפונים לכספר.

שאלה 2

יהי X משתנה מקרי בעל פונקציית צפיפות

$$f_x(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0.5 & 5 \leq x \leq 6 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

מצאו $E(X)$.

שאלה 3

מבצעים סדרת הטלות בלתי תלויות של מטבע שבכל הטלה נופל על "עץ" בסיכוי $\frac{1}{3}$ ועל "פלי" בסיכוי $\frac{2}{3}$.

יהי X - הפעם הראשונה שהתקבל "עץ". יהי Y - הפעם הראשונה שהתקבל "פלי".

יהי $W = \min\{X, Y\}$. יהי $Z = \max\{X, Y\}$.

מצאו $E(Z)$, $E(W)$, $E(Y)$, $E(X)$.