

הסתברות וסטטיסטיקה/ תרגיל 2

שלומי

להגשה עד יום ג' 15.11.16

שאלה 1

ישנם שני סוגים של מזג אוויר: בהיר וגשום. בכל יום משתנה מזג האוויר ביחס ליום הקודם בסיכוי p ונשאר אותו מזג אוויר בסיכוי $1-p$. השינויים בין זוגות שונים של ימים עוקבים הם בלתי תלויים.

- א.** נניח שביום ראשון היה גשום. מהי ההסתברות שגם ביום שלישי יהיה גשום?
ב. נניח שבימי ראשון ושלישי היה אותו מזג אוויר, מהי ההסתברות שבשלושת הימים ראשון, שני ושלישי היה אותו מזג אוויר?

שאלה 2

גרף נקרא גרף קשיר אם עבור כל צומת שבו, יש מסלול לכל צומת אחר שבו. המסלולים יכולים להיות בכל אורך. נתון גרף לא מכוון בעל n צמתים, בו בין כל זוג צמתים קיימת קשת בהסתברות 0.5 ובאופן בלתי תלוי בקורה בין כל זוגות הצמתים האחרים.

- א.** נניח ש $n = 3$. מהי ההסתברות שהגרף קשיר?
ב. נניח ש $n = 100$. מהי בקירוב ההסתברות שהגרף קשיר? הוכיחו את טענתכם.

שאלה 3

לליאת צרור של 10 מפתחות שונים. היא מאמינה בסיכוי של 90% שאחד מהם מתאים לדלת משרדה. היא ניסתה 9 מתוך 10 המפתחות וכולם לא התאימו. איזו הסתברות היא אמורה לתת למאורע שהאחרון יתאים?

שאלה 4

מבצעים סדרה של n הטלות ב"ת של מטבעות שעל שני צדדיו של כל אחד מהם מופיעות התוצאות "עץ" ו"פלי". נניח שלפחות אחד מהמטבעות הוא הוגן, זאת אומרת שהוא נופל על כל אחד מהצדדים בסיכוי שווה. הוכיחו שמספר תוצאות ב"עץ" הוא זוגי בסיכוי חצי.

שאלה 5

נתונים שני כדים. בכד הראשון יש 5 כדורים כחולים וכדור אדום אחד. בכד השני יש כדור כחול אחד ו 2 כדורים אדומים. לאה בוחרת באקראי בסיכוי שווה את אחד הכדים ומבצעת בו סידרה של הוצאות ללא החזרה של כדורים.

- א.** מהי ההסתברות שהכדור הראשון שלאה מוציאה הוא כחול?
ב. נניח שהכדור הראשון שלאה מוציאה הוא כחול. מהי ההסתברות שגם הכדור השני שלאה תוציא יהיה כחול?