

# הסתברות וסטטיסטיקה/ תרגיל 11

שלומי

להגשה עד 17.01.17

## שאלה 1

זוג תאומים הם בסיכוי חצי תאומים זהים ובסיכוי חצי תאומים לא זהים. אם הם תאומים זהים, אז בסיכוי חצי הם שני בנים ובסיכוי חצי הן שתי בנות. אם הם תאומים לא זהים, אז כל אחד מהם הוא בן או בת בסיכוי שווה ובאופן ב"ת אחד בשני. נסתכל על זוג תאומים אקראי.

יהי  $X$  - אינדיקטור לכך שהיילוד הראשון מבין זוג תאומים הוא בן.  
יהי  $Y$  - אינדיקטור לכך שהיילוד השני מבין אותו זוג תאומים הוא בן.  
מהו  $r(X, Y)$  ( מקדם המתאם בין  $X$  ל  $Y$  ) ?

## שאלה 2

יהיו  $X \sim U[1,5]$  ,  $Y \sim U[1,6]$  ( משתנים אחידים בדידים ).  
האם יתכן  $r(X, Y) = 1$  ? האם יתכן  $r(X, Y) = -1$  ? האם יתכן  $r(X, Y) = 0$  ?

## שאלה 3

לכל אחד מ-100 אנשים מיועד בדיוק מכתב אחד אישי. המזכירה התבלבלה והיא שולחת לכל אחד מכתב אחד אקראי מבין 100 המכתבים. יהי  $X$  - מספר האנשים שמקבלים את המכתב שמיועד להם. נרצה למצוא חסמים עליונים על ההסתברות  $P(X \geq 50)$ .

- א. מצאו חסם עליון באמצעות אי שוויון מרקוב.
- ב. מצאו חסם עליון באמצעות אי שוויון צ'בישב.
- ג. נסתכל על קבוצה של 50 אנשים מתוך 100 האנשים. מהי ההסתברות שכל בני קבוצה זו יקבלו את המכתב שמיועד להם ?
- ד. מהי תוחלת של אינדיקטור שמציין שכל בני קבוצה מסוימת של 50 איש קבלו את המכתב שמיועד להם ?
- ה. כמה תת קבוצות של 50 איש קיימות ?
- ו. מהי תוחלת מספר התת קבוצות של 50 איש שבהן כל בני הקבוצה יקבלו את המכתב שמיועד להם ?
- ז. מצאו חסם עליון על ההסתברות שלפחות כל בני קבוצה אחת של 50 איש יקבלו את המכתב שמיועד להם.
- ח. באמצעות סעיף ז', מצאו חסם עליון על  $P(X \geq 50)$ .